

«УТВЕРЖДАЮ»

Ректор Тамбовского государственного

университета имени Г. Р. Державина

профессор Юрьев В.М.



"24" ноября 2015 г.

ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертацию Нгуен Ван Лоя
«Методы направляющих и ограничивающих функций и их приложения
к некоторым задачам дифференциальных уравнений и включений»,
представленную на соискание ученой степени доктора физико-
математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные
уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Диссертация Нгуен Ван Лоя посвящена развитию метода направляющих
функций и метода ограничивающих функций исследования дифференциальных
уравнений и включений, получению на основе этих методов новых результатов
о свойствах множества решений дифференциальных уравнений и включений, о
разрешимости краевых задач с различными краевыми условиями. К
необходимости такого рода исследований приводят многочисленные задачи
теории управления и оптимального управления, теории дифференциальных игр,
теории вариационных неравенств.

Теории дифференциальных включений посвящена многочисленная
научная литература. Эффективные методы исследования и важные
теоретические результаты о включениях получены в работах А.В. Арутюнова,
Ю.Г. Борисовича, А.И. Булгакова, Б.Д. Гельмана, М.И. Каменского, В.Г.
Звягина, А.Д. Мышкиса, В.В. Обуховского, Е.С. Половинкина, А.А.
Толстоногова, А.Ф. Филиппова, J.-P. Aubin, A. Cellina, H. Frankowska, K.
Deimling, C. Castaing, T. Pruszko, E. Tarafdar, S.K. Teo, L. Górniewicz, A. Granas,

W. Kryszewski, D. Gabor, P. Nistri, S. Hu, N.P. Papageorgiou, P. Zecca. Метод направляющих функций возник в работах М.А. Красносельского, А.И. Перова, как обобщение функции Ляпунова для исследования периодических и почти периодических решений дифференциальных уравнений. Для исследования дифференциальных уравнений второго порядка J. Mawhin предложил обобщение метода направляющих функций – метод ограничивающих функций. Методы направляющих и ограничивающих функций эффективны в исследовании периодических решений, краевых задач, ряда вопросов качественной теории дифференциальных уравнений. Но эти методы ранее не применялись к дифференциальным уравнениям и включениям с нелокальными начальными условиями, к дифференциальным уравнениям и включениям в бесконечномерных пространствах, к проблеме существования периодических решений включений с нелинейными фредгольмовыми отображениями и их бифуркациям. Перечисленные задачи подробно изучены в диссертации.

Тема диссертационной работы является актуальной, рассматриваемые в диссертации проблемы представляют не только интерес для теории дифференциальных уравнений и включений и смежных разделов математики (анализа, теории управления, задач оптимизации и др.), но также важны для приложений в физике, биологии, экономике.

В диссертации рассматриваются следующие основные теоретические проблемы:

- a) приложение метода направляющих функций к изучению дифференциальных включений с обобщенным периодическим условием, применения полученных результатов в теории дифференциальных игр;
- b) систематическое приложение метода направляющих функций к изучению задачи бифуркации с многомерным параметром и применение полученных результатов к исследованию бифуркации семейства периодических траекторий управляемых систем и дифференциально-вариационных неравенств;
- c) распространение метода направляющих функций на дифференциальные включения в бесконечномерном гильбертовом пространстве;

- d) приложения метода направляющих функций к изучению задачи существования периодических траекторий и задачи бифуркации семейства периодических траекторий управляемых систем, описываемых в виде включений с нелинейными фредгольмовыми отображениями;
- e) приложение метода ограничивающих функций к изучению дифференциальных уравнений и включений с нелокальными начальными условиями;
- f) приложение метода ограничивающих функций к исследованию дифференциальных включений второго порядка.

Результаты диссертанта по перечисленным научным проблемам составляют основное содержание представляемой диссертации.

Основные результаты можно разделить на две части. К первой части относятся результаты, касающиеся метода направляющих функций и его приложений (главы 2, 3 диссертации); ко второй части – результаты, связанные с методом ограничивающих функций и его приложениями (главы 4 и 5 диссертации).

Остановимся кратко на содержании диссертации. Диссертация объемом 257 страниц состоит из введения, пяти глав, разбитых в общей сложности на 19 параграфов, и списка цитируемой литературы, включающего 148 наименований.

В первой главе приводятся необходимые вспомогательные сведения из функционального анализа, теории многозначных отображений, теории топологической степени и теории фазовых пространств.

Во второй главе исследуются применения метода направляющих функций в конечномерном пространстве к обобщенной периодической задаче. Вводится понятие направляющей функций для дифференциальных включений с обобщенным периодическим условием. Получены достаточные условия существования решений изучаемой задачи. Исследованы применения полученных результатов в теории дифференциальных игр. Рассматривается задача о распространении метода направляющих функций на дифференциальные включения в бесконечномерном гильбертовом

пространстве. В этой главе изучается также применение метода направляющих функций к задаче бифуркаций в системах с многомерными параметрами. Описаны глобальная структура множества периодических решений для двухпараметрических семейств управляемых систем и глобальная структура множества периодических решений для дифференциально-вариационных неравенств.

В третьей главе излагаются применения метода направляющих функций к изучению нелинейных фредгольмовых включений. Введено понятие направляющей функции для включения с нелинейным фредгольмовым оператором. Исследована взаимосвязь между ориентированным индексом совпадения и индексом направляющей функции. Получены достаточные условия существования периодической траектории для управляемой системы, содержащей нелинейный фредгольмов оператор нулевого индекса и CJ-мультиотображение. Описана глобальная структура множества периодических траекторий для управляемой системы, содержащей нелинейный фредгольмов оператор нулевого индекса и CJ-мультиотображение.

Четвертая глава посвящена методу ограничивающих функций. Этот метод распространен на случай дифференциальных уравнений и включений с нелокальными начальными условиями в конечномерном и бесконечномерном гильбертовом пространствах. Приводится ряд примеров.

В последней главе метод ограничивающих функций переносится на случай дифференциальных включений второго порядка в конечномерном и бесконечномерном гильбертовом пространствах. В качестве примера рассматриваются управляемые системы и модель движения частицы в силовом поле.

Все полученные автором результаты являются новыми, оригинальными, представляют собой существенный вклад в теорию дифференциальных уравнений и включений. Результаты диссертации могут применяться в научных исследованиях по теории дифференциальных и функционально-дифференциальных включений, теории управления и оптимизации, теории игр, по многозначному анализу, проводящихся в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова, Российском университете дружбы

народов, Воронежском государственном университете, Воронежском государственном педагогическом университете, Тамбовском государственном университете имени Г.Р. Державина, Ярославском государственном университете, Удмуртском государственном университете, Уральском государственном университете имени первого Президента России Б.Н. Ельцина, институте математики и механики имени Н.Н. Красовского УрО РАН.

Все результаты обоснованы, все утверждения имеют полные точные и подробные доказательства. Основные результаты диссертации своевременно опубликованы в 28 научных работах, из них 1 монография и 17 статей в журналах, входящих в перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ. Работа прошла полноценную апробацию на семинарах и конференциях международного уровня. Автореферат полностью и правильно отражает содержание диссертации.

По диссертации имеются следующие замечания:

- В доказательстве теоремы 2.2.1 следовало бы привести подробное доказательство свойства Карateодори с L^1 подлинейным ростом для мультиотображения F_A , а не ограничиваться замечанием его очевидности (страница 73).
- Следовало бы проиллюстрировать примером определение 2.3.2 понятия проекционно-однородного потенциала.
- В условиях (Q1) и (Q2) на странице 101 вместо символа Q должно быть \mathcal{Q} .
- Работа содержит описки и опечатки, но, с учетом того, что русский язык не является для диссертанта родным, их количество не превышает допустимых пределов.

Перечисленные замечания не влияют на общую высокую оценку работы.

Считаем, что диссертационная работа Нгуен Ван Лоя «Методы направляющих и ограничивающих функций и их приложения к некоторым задачам дифференциальных уравнений и включений» удовлетворяет всем

требованиям п. 9 Положения о порядке присуждения ученых степеней ВАК РФ, предъявляемым к докторским диссертациям, а ее автор Нгуен Ван Лой заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Отзыв подготовил директор научно-исследовательского института математики, физики и информатики, профессор кафедры функционального анализа доктор физико-математических наук, профессор Жуковский Евгений Семенович.

Отзыв обсужден и утвержден на заседании кафедры функционального анализа, протокол № 3 от 23 ноября 2015 года.

Жуковский Евгений Семенович

доктор физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, профессор, директор института математики, физики и информатики, профессор кафедры функционального анализа ФГБОУ ВПО «Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина», <http://www.tsutmb.ru/>
тел. +7(960)6707543, эл. адрес: zukovskys@mail.ru

Заведующий кафедрой функционального анализа,
доктор физико-математических наук, профессор

Б.Ф. Молчанов

